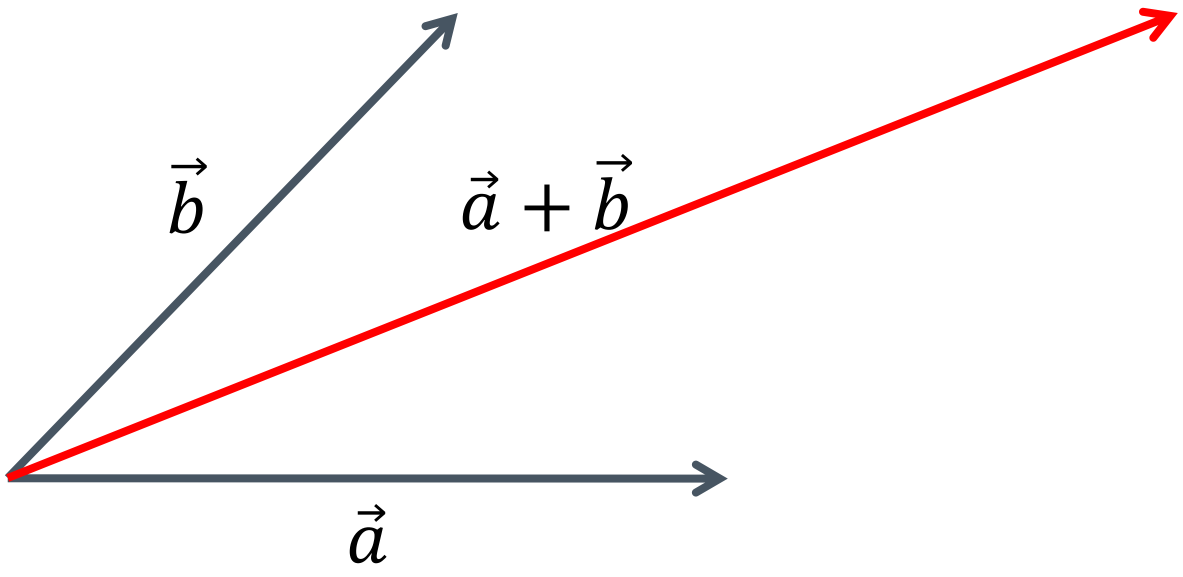
ベクトルの演算

ベクトルの加法と減法

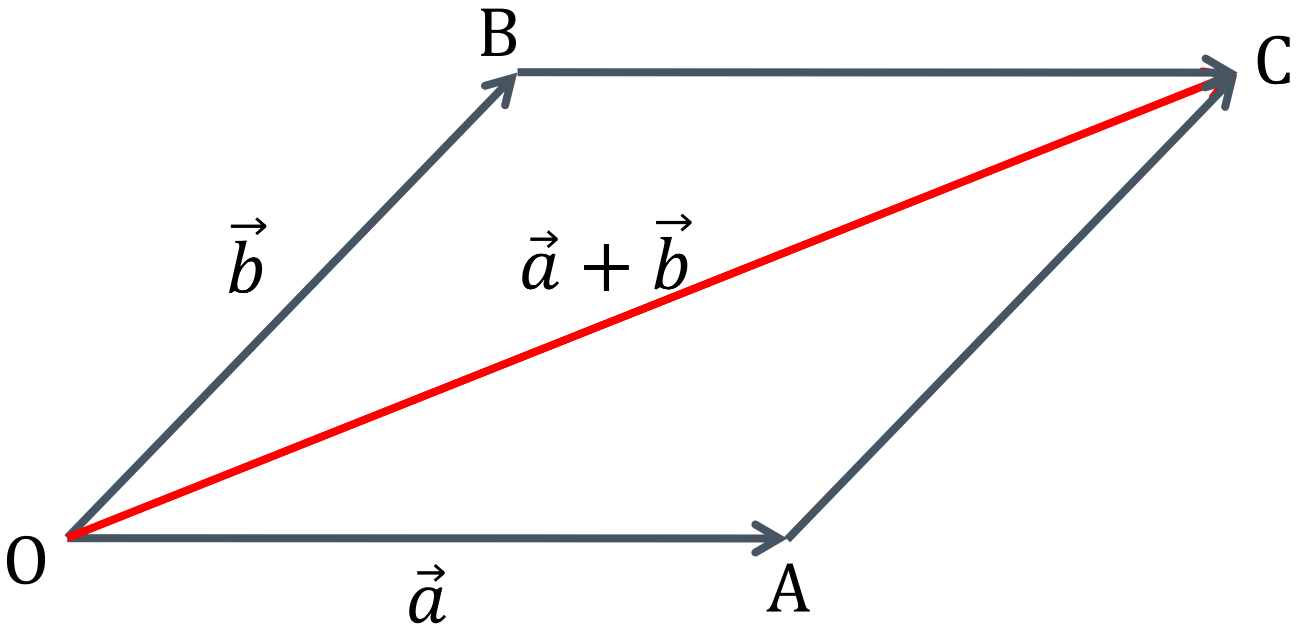
ベクトルの加法　$\vec{a}+\vec{b}$



① 1番目のベクトルの終点に2番目のベクトルの始点を移動する。

② 1番目のベクトルの始点と2番目のベクトルの終点を結んだ
ベクトルが和のベクトルになる。

ベクトルの加法　$\vec{a}+\vec{b}$

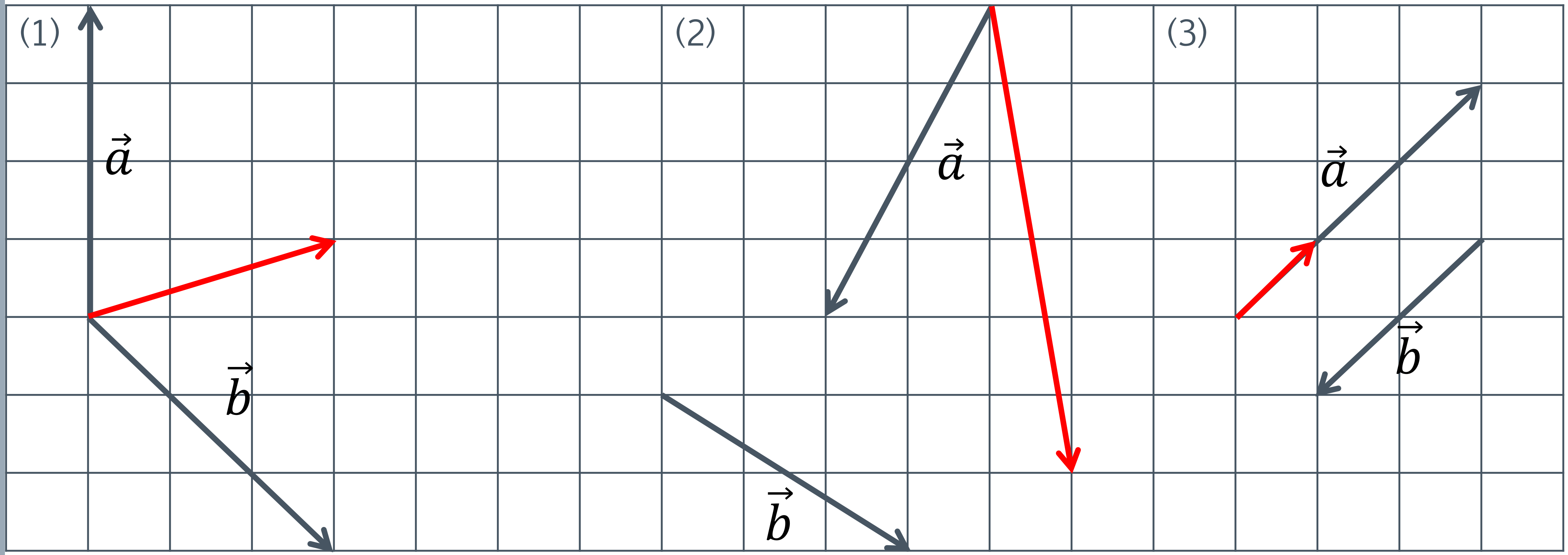


① $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の始点を重ね点 O とし、それぞれの終点を A, B とする。

点 C を四角形 OACB が平行四辺形になるようにとる。

② $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{a}+\vec{b}$ が成り立つ。

問２の解答



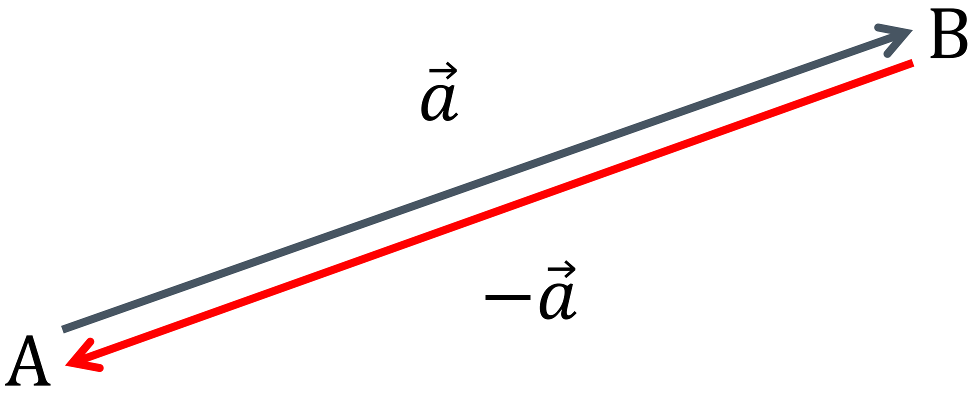
ベクトルの加法

- 交換法則　$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$
- 結合法則　$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$

逆ベクトルと零ベクトル

- ベクトルと逆ベクトルの和は零ベクトル　$\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$
- 零ベクトルの大きさは 0 で、向きは考えない。$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$

逆ベクトル



$$\overrightarrow{\mathrm{BA}} = -\overrightarrow{\mathrm{AB}}$$

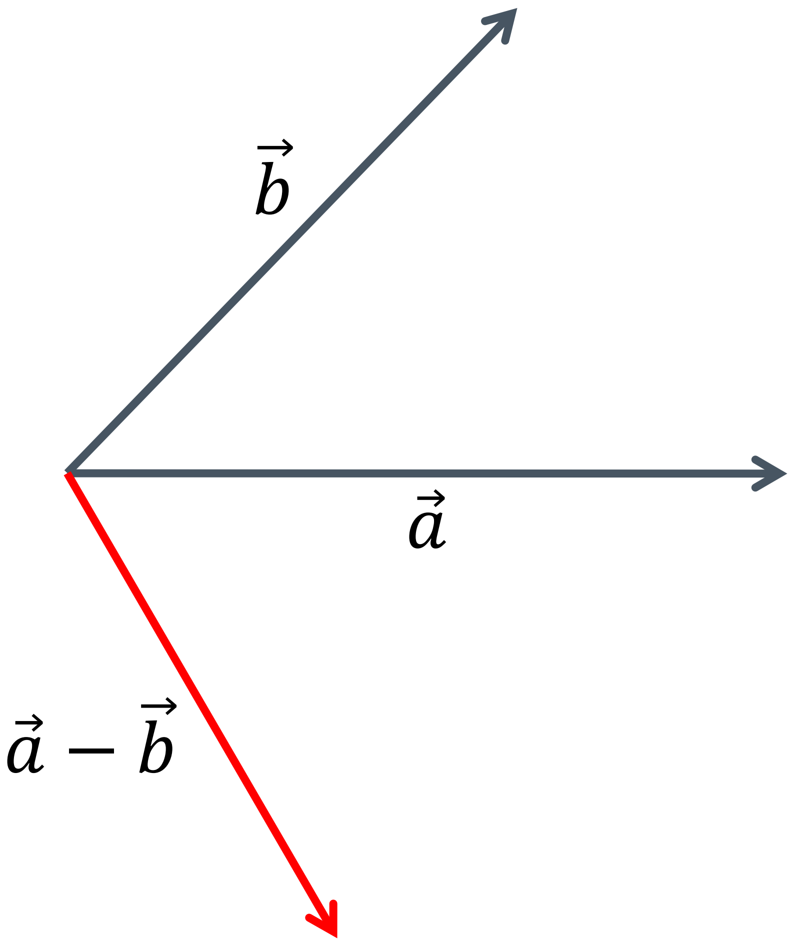
ベクトルの加法

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{BC}} + \overrightarrow{\mathrm{CA}} = \left(\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{BC}}\right) + \overrightarrow{\mathrm{CA}} = \overrightarrow{\mathrm{AC}} + \overrightarrow{\mathrm{CA}} = \overrightarrow{\mathrm{AA}} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{BC}} + \overrightarrow{\mathrm{CD}} = \overrightarrow{\mathrm{AC}} + \overrightarrow{\mathrm{CD}} = \overrightarrow{\mathrm{AD}}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{BC}} + \overrightarrow{\mathrm{CD}} + \overrightarrow{\mathrm{DA}} = \overrightarrow{\mathrm{AC}} + \overrightarrow{\mathrm{CA}} = \overrightarrow{\mathrm{AA}} = \vec{0}$$

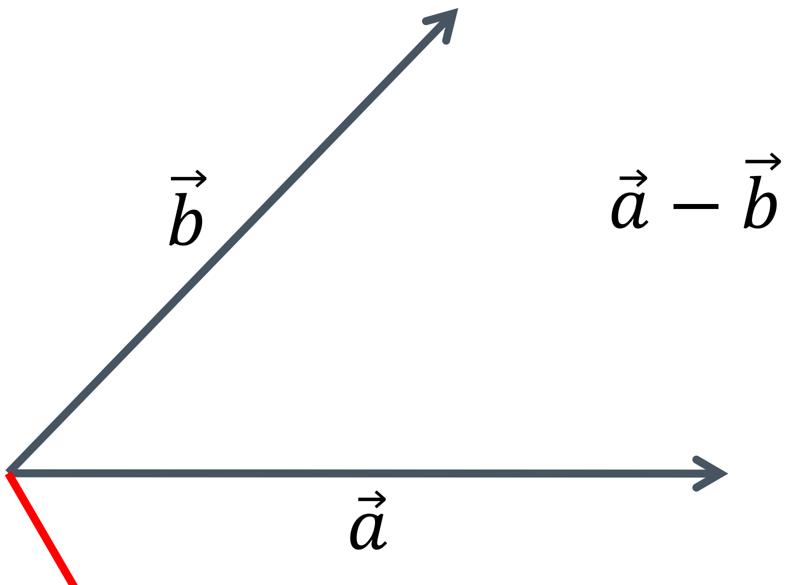
ベクトルの減法　$\vec{a}-\vec{b}$



① 2番目のベクトルの向きを逆にし、1番目のベクトルの終点に2番目のベクトルの始点を移動する。

② 1番目のベクトルの始点と2番目のベクトルの終点を結んだベクトルが差のベクトルになる。

ベクトルの減法　$\vec{a} - \vec{b}$



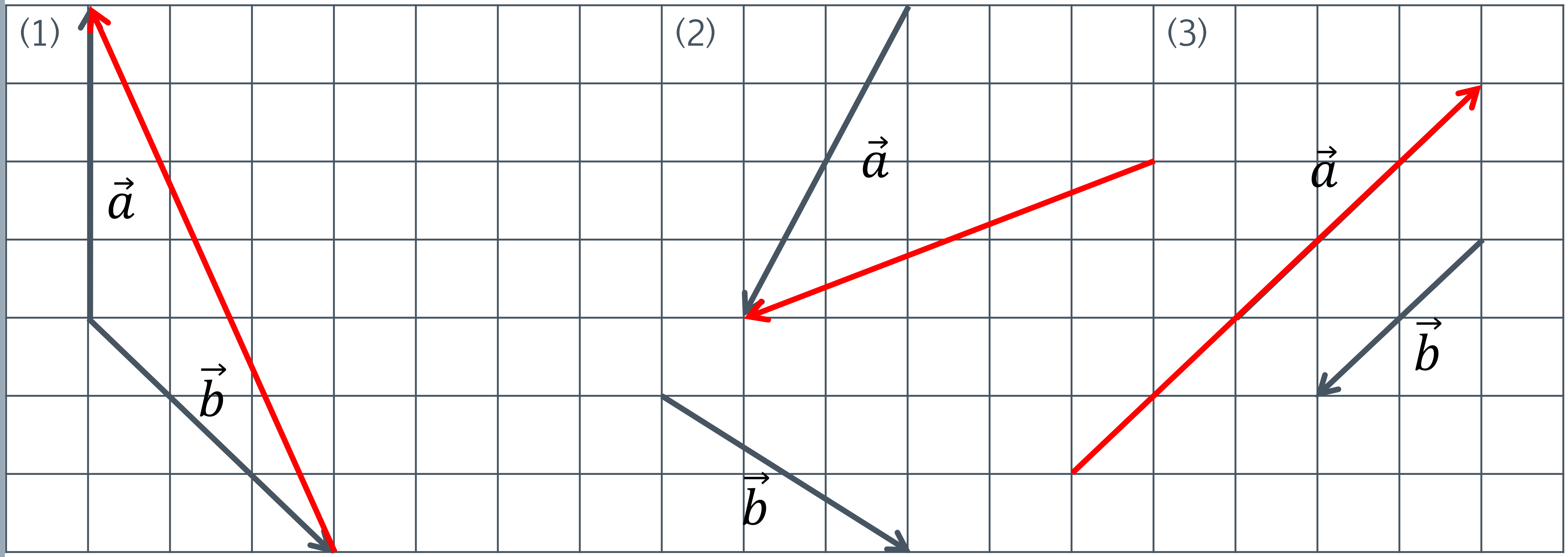
$\vec{a} - \vec{b}$ のいろいろなかき方

1. $\vec{a} - \vec{b}$
2. $\vec{a} + \left(-\vec{b}\right)$
3. $-\vec{b} + \vec{a}$

どれもおなじことを表している。

① 2番目のベクトルの終点から、1番目のベクトルの終点を結んだベクトルが差のベクトルとなる。

問４の解答



問５の解答

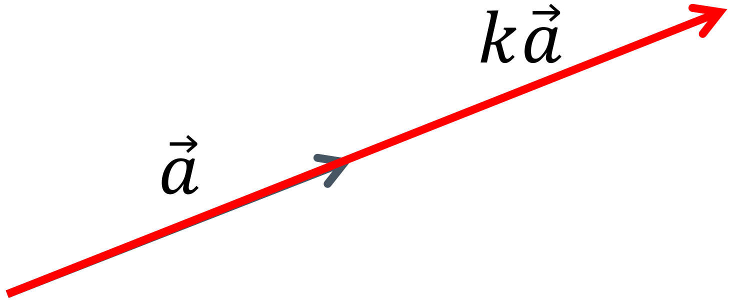
1. $\overrightarrow{\mathrm{BD}} = \vec{d} - \vec{b}$
2. $\overrightarrow{\mathrm{DB}} = \vec{b} - \vec{d}$

練習２の解答

- $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = -\vec{a}$
- $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{b} - \vec{a}$
- $\overrightarrow{\mathrm{BC}} = -\vec{a} - \vec{b}$

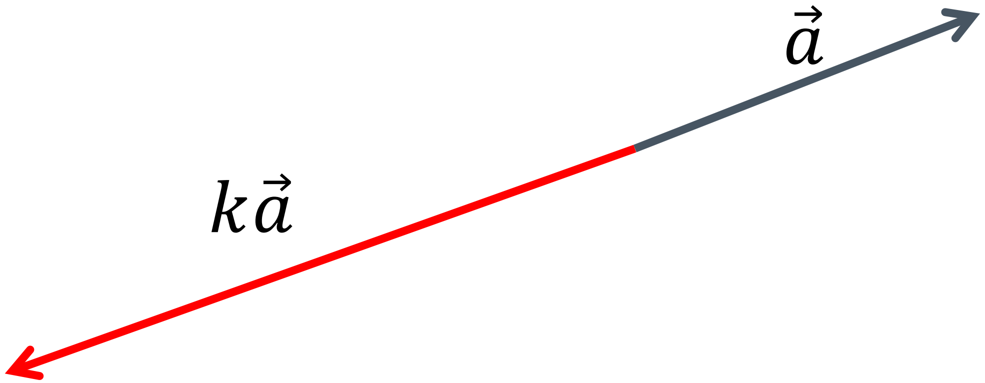
ベクトルの実数倍　$k\vec{a}\ (\vec{a} \neq \vec{0})$

$k > 0$



$\vec{a}$ と向きが同じで、
大きさが $|\vec{a}|$ の k 倍
であるベクトル

$k < 0$



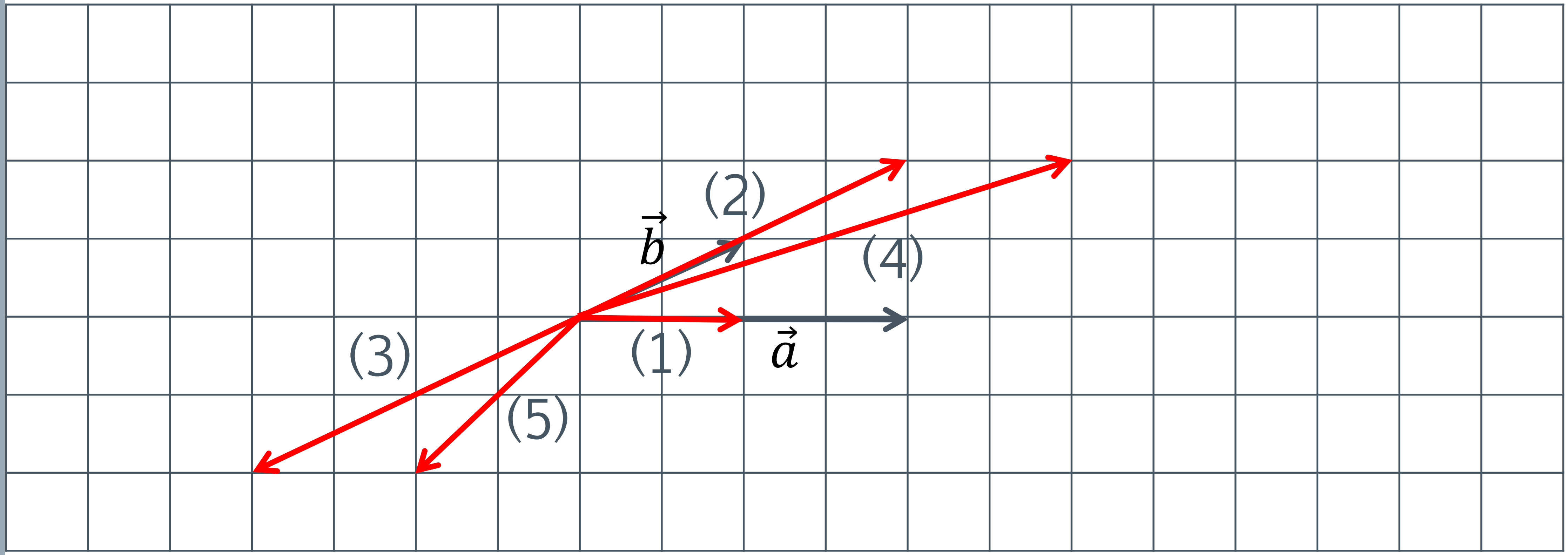
$\vec{a}$ と向きが反対で、
大きさが $|\vec{a}|$ の k 倍
であるベクトル

ベクトルの実数倍　$k\vec{a}$

$k=0$ のとき、零ベクトル。すなわち、$0\vec{a}=\vec{0}$

$\vec{a}=\vec{0}$ のとき、任意の実数 k に対して　$\mathrm{k}\vec{a}=\vec{0}$

練習３の解答



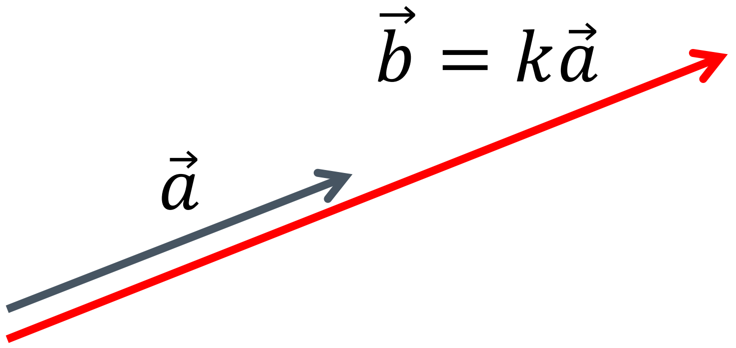
ベクトルの演算

ベクトルの加法、減法、実数倍の計算は

整式の場合と同じ

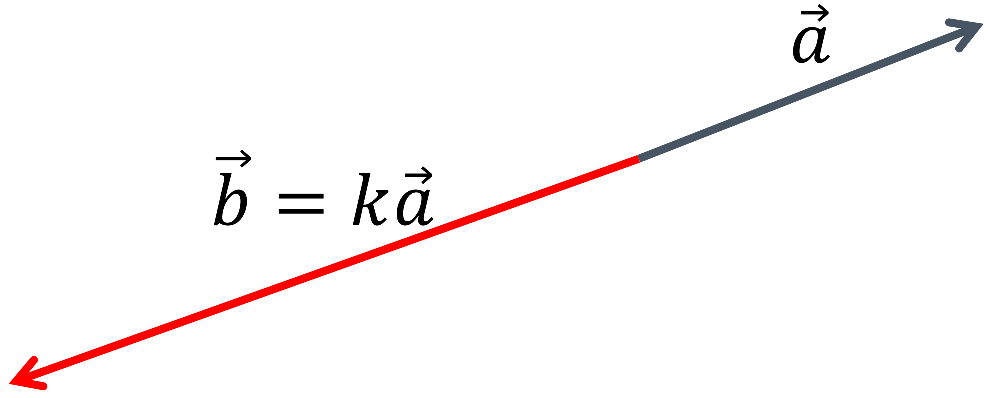
ベクトルの平行条件　$\vec{b} = k\vec{a}$

$k > 0$



同じ向きに平行

$k < 0$



反対の向きに平行

ベクトルの実数倍（k, l を実数とするとき）

$$k(l\vec{a}) = (kl)\vec{a}$$

$$(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$$

$$k\left(\vec{a} + \vec{b}\right) = k\vec{a} + l\vec{b}$$

ベクトルの平行条件（$\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$ のとき）

$\vec{\mathrm{a}} \mathbin{/\!/} \vec{b} \Leftrightarrow \vec{b} = k\vec{a}$ となる実数 k がある。

$\vec{\mathrm{a}} \neq \vec{0}$ のとき、$\vec{\mathrm{a}}$ と平行な単位ベクトルは、$\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ と $-\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$